FERMATs letzter Satz

Behauptung:
Seien $n, a, b, c \in \mathbb{Z}$ mit $n > 2$. Falls $a^n + b^n = c^n$, dann ist $abc = 0$
Beweis:
Der Beweis folgt einem Programm, das um 1985 herum von FREY und SERRE formuliert wurde. Nach klassischen Resultaten von FERMAT, EULER, DIRICHLET, LEGENDRE und LAMÉ können wir annehmen, dass $n = p$ eine Primzahl ≥ 11 ist. Angenommen, es gäbe $a, b, c \in \mathbb{Z}$ mit $abc = 0$ und $a^p + b^p = c^p$. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können wir $2|a$ und $b \equiv 1 \bmod 4$ annehmen. FREY bewies, dass die elliptische Kurve E mit der Gleichung $y^2 = x(x - a^p)(x - b^p)$ folgende bemerkenswerten Eigenschaften hat:

(1) E ist semi-stabil mit dem Führer $N_E = \prod_{l|abc} l$, und

(2) $\varrho_{E,p}$ ist unverzweigt außerhalb $2p$ und flach an der Stelle p.

Nach dem Modularitätssatz von WILES und TAYLOR-WILES gibt es eine Eigenform $f \in S_2(\Gamma_0(N_E))$ derart, dass $\varrho_{f,p} = \varrho_{E,p}$. Ein Satz von MAZUR impliziert, dass $\overline{\varrho}_{E,p}$ irreduzibel ist, also folgt aus einem Satz von RIBET die Existenz einer Heckeschen Eigenform $g \in S_2(\Gamma_0(2))$ mit $\varrho_{g,p} \equiv \varrho_{f,p} \bmod \mathsf{p}$ für ein $\mathsf{p}|p$. Aber $X_0(2)$ hat Geschlecht Null, also ist $S_2(\Gamma_0(2)) = 0$. Das ist ein Widerspruch, und FERMATs letzter Satz ist bewiesen. Q.E.D. $\square$

[Aus: LEXIKON DER MATHEMATIK. - *Spektrum Akademischer Verlag,* Heidelberg 2001.]